ISSN 2091-5446

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC JOURNAL**

2020-yil, 5-son (123) **ANIQ FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

Obuna indeksi – yakka tartbidagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA/СОДЕРЖАНИЕ/CONTENTS

MATEMATIKA / МАТЕМАТИКА / MATHEMATICS

MEXANIKA / МЕХАНИКА / MECHANICS

Corollary 2. Let $\{g_i(u_1,u_2)\}_{i=1}^{3}$ be fractional power series in a small neighborhood of the origin in P^{2}, and $g_i(0,0)\neq 0$. Assume that for the singular surfaces (1) the relations

$$B\neq 0,\ A^{-1}\overline{c}\neq(1,0),\ A^{-1}\overline{c}\neq(0,1)$$

hold. Then mean curvature does not vanish at each regular point of these surfaces.

Remark 2. If for the surfaces (1) substitute the conditions

$$B\neq 0,\ A^{-1}\overline{c}\neq(1,0),\ A^{-1}\overline{c}\neq(0,1)$$

by $B\neq 0,\ a_1+a_2>c_1+c_2,\ b_1+b_2>c_1+c_2,$ then the statements of the theorem and corollaries 1,2 remain true.

Remark 3. If for the surfaces (1) substitute the conditions

$$B\neq 0,\ A^{-1}\overline{c}\neq(1,0),\ A^{-1}\overline{c}\neq(0,1)$$

by $B_1\neq 0,\ B_2\neq 0,\ -B_1\neq B,\ B_2\neq B,$ then the statements of the theorem and corollaries 1,2 remain true.

References

1. E.M.Stein. Maximal functions. Spherical means. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A., 73(7):2174-2175, 1976.
2. A.P.Tomas. A restriction theorem for the Fourier transform Bull. Amer. Math. Soc. 81 (1975), 477-478.
3. A.Greenleaf. Principal curvature and harmonic analysis. Indiana Univ. Math. J. 30(4): 519-537, 1981.
4. C.D.Sogge. Maximal operators associated to hypersurfaces with one nonvanishing principal curvature. In Fourier analysis and partial differential equations, Stud. Adv. Math., pages 317-323. CRC, Boca Raton, FL, 1995.
5. I.A.Ikromov, M.Kempe, D.Müller. Estimates for maximal functions associated to hypersurfaces in P^{3} and related problems of harmonic analysis. Acta Math. 204 (2010),151-271.
6. I.A.Ikromov, D.Müller. Uniform estimates for the Fourier transform of surface carried measures in P^{3} and an application to Fourier restriction. J. Fourier Anal. Appl., 17 (2011), no. 6, 1292-1332.
7. I. A. Ikromov, S. E. Usmanov. On boundedness of maximal operators associated with hypersurfaces. Contemporary Mathematics. Fundamental Directions, 2018, Vol. 64, No. 4, 650–681. Peoples' Friendship University of Russia.
8. S.E.Usmanov. Boundedness of maximal operators associated with singular surfaces. Uzbek mathematical Journal, Tashkent, 2017, No. 2, p. 156-164.
9. Collins T., Greenleaf A., Pramanik M. A multi-dimensionalresolution of singularities with applications to analysis, Amer. J.of Math. (2013), no. 5, 1179-1252.
10. B.A.Dubrovin, S.P.Novikov, A.T.Fomenko. Contemporary geometry. Moscow, Nauka, 1979.
11. A.D. Bruno. Power geometry in algebraic and differential equations. Moscow, Nauka, 1998.
12. This work was supported by the Executive Committee for the Coordination of Science and Technology of the Council of Ministers of the Republic of Uzbekistan, under the grant F-4-69.

УДК 514.13

СЕЧЕНИЕ СФЕРЫ С ПЛОСКОСТЬЮ В ИЗОТРОПНОМ ПРОСТРАНСТВЕ $\mathbf{R}_3^2$

А. Артикбаев[1], Ш. Исмоилов[2]

[1] *Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта*

[2] *Докторант Национального университета Узбекистана*

e-mail: aartykbaev@mail.ru, ismoilovsh94@mail.ru,

Аннотация. В статье изучены свойства сечения параболоида вращения с плоскостью. Параболоид вращения рассмотрен как сфера изотропного пространства R_3^2. Доказано, что площадь сечения является положительно определенной аддитивной функцией.

Ключевые слова: параболоид, плоскость, изотропное пространство, сечение, сужение, аддитивность, вполне аддитивность.

$\mathbf{R}_3^2$ – Izotrop fazoda sferani tekislik bilan kesish

Annotatsiya. Ushbu maqolada paraboloidni tekislik bilan kesimini xossalari o'rganiladi. Paraboloidni R_3^2 – izotrop fazo sferasi ekanligi ko'rsatilgan. Kesimning proyek- siyasining yuzi musbat va to'la additiv funksiya ekanligi isbotlangan.

Kalit so'zlar: paraboloid, tekislik, izotrop fazo, kesim,kesim proyeksiyasi, additiv, to'la additiv.

Sphere with a plane in isotropic spaces $\mathbf{R}_3^2$

Abstract. The article examines the properties of the plane cross section of the paraboloid. The paraboloid is considered as a sphere of the isotropic space of R_3^2. Proved, that the section area is a positive definite additive function.

Keywords: paraboloid, plane, isotropic space, section, contraction, additivity, completely additivity.

Рассмотрим трехмерное аффинное пространство A_3. Пусть $X\{x_1, y_1, z_1\}$ и $Y\{x_2, y_2, z_2\}$ векторы пространства A_3 в системе координат $O\{e_1, e_2, e_3\}$.

Скалярным произведением вектором X и Y назовем число, определяемое следующим правилом:

$$(X,Y)_1 = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

в случае, когда $(X,Y)_1 \neq 0$ и

$$(X,Y)_2 = z_1 \cdot z_2$$

если $(X,Y)_1 = 0$

Определение 1 [4]. Аффинное пространство A_3 в котором скалярное произведение векторов вычисляется по формуле (1), называется изотропным пространством R_3^2.

Изотропное пространство является представителем полуевклидовых пространств [5],[6].

Норма вектора $|\vec{x}|$ определяется как корень из скалярного квадрата вектора, а расстояние между двумя точками - как норма вектора, соединяющего эти точки [2].

Таким образом, расстояние между точками $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ в пространстве R_3^2 вычисляется по формуле

$$|\overrightarrow{AB}| = (AB)_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

если $(AB)_1 \neq 0$, $|\overrightarrow{AB}| = (AB)_2 = |z_2 - z_1|$, $(AB)_1 = 0$.

Если использовать метод наложенного пространства, т.е. точки и векторы пространства считать соответственно точками и векторами евклидова пространства R_3, тогда расстояние, определяемое по формуле (2), будет длинной проекции евклидова отрезка AB на плоскость Oxy, перпендикулярной оси Oz. Если $(AB)_1 = 0$, то точки лежат на прямой , и второе расстояние $(AB)_2$ совпадает с евклидовым расстоянием между точками A и B.

Очевидно, когда и $(AB)_2 = 0$, точки A и B совпадают.

Как нам известно из [4] сфера в R_3^2 имеет два вида, отличительные друг от друга по форме и соответственно, определяются различными уравнениями. Если, $Oxyz-$система координат изотропного пространства, сфера определяемое по метрике изотропного пространства, центром в начале координат и радиусом r задается уравнением $x^2+y^2=r^2$. Эту сферу называем метрической сферой. Метрическая сфера направляющая которой окружность радиуса r на плоскости $z=0$ и образующими параллельно оси Oz.

Второй вид сферы R_3^2- это параболоид вращения $2az=x^2+y^2$ она определяется как поверхность имеющая постоянную нормальную кривизну во всех направлениях [4]. Чтобы различить его от метрической сферы назовем изотропной сферой пространства R_3^2.

Изотропная сфера однозначно проектируется на плоскость $z=0$. Причем плоскость $z=0$, можно считать сферой бесконечного радиуса. Это соответствует свойству сферы евклидового пространства. Любую плоскость изотропного пространства не параллельной оси Oz можно считать сферой изотропного пространства бесконечного радиуса.

Учитывая, что мы часто пользуемся проектированием точек пространства R_3^2 на плоскость $z=0$, в направлении оси Oz, эту проекцию мы называем сужением.

Определение 2. Проекция X^* точки $X\in R_3^2$ на плоскость $z=0$, в направлении оси Oz назовем сужением точки X.

Когда $X\in F$ и $X^*\in F^*$, то F^* называется сужением F.

Пусть, единичная изотропная сфера в R_3^2 задана уравнением

$$2z=x^2+y^2 \qquad (1)$$

и плоскость

$$z=Ax+By+C \qquad (2)$$

Приведем некоторые свойства сечения сферы (1) с плоскостью (2).

Лемма 1. При $C\geq -\frac{1}{2}(A^2+B^2)$, изотропная сферы и плоскость пересекаются, причем когда $C=-\frac{1}{2}(A^2+B^2)$ плоскость касается сфере изотропного пространства. Доказательство леммы следует из решении системы

$$\begin{cases} 2z=x^2+y^2 \\ z=Ax+By+C \end{cases}$$

Система эквивалентна уравнению:

$$(x-A)^2+(y-B)^2=A^2+B^2+2C$$

Лемма 2. Сечение сферы изотропного пространства с плоскостью (2), всегда является эллипсом.

Действительно сечение изотропной сферы (1) с плоскостью, заданной уравнением (3) на плоскости $z=0$, является окружностью с радиусом $r=\sqrt{A^2+B^2+2C}$ и центром в точке $(A,B,0)\in R_3^2$. Эта окружность определяет направляющую некоторой метрической сферы изотропного пространства, которая аффинною представляет собой круговой цилиндр. Значит сечения изотропной сферы совпадает с сечением метрического цилиндра с плоскостью (2). Очевидно, это сечение является эллипсом.

Когда $A = B = 0$ и $C > 0$, сечения изотропной сферы, с плоскостью $z = H$, будет окружностью радиуса $r = \sqrt{2C}$, с центром на оси Oz в точке $(0,0,H)$. Сужение этого сечения, окружность радиуса $\sqrt{2C}$ и с центром в начале координат $O(0,0,0)$.

Сечение изотропной сферы с плоскостью назовем чем плоскость $z = H$, если для точки (x_0, y_0, z_0) сечения выполняется условие $x_0 \le H$.

Лемма 3. Если $z = Ax + By + C_1$, и $z = Ax + By + C_2$ два сечения изотропной сферы и $C_1 > C_2 > -\frac{1}{2}(A^2 + B^2)$, то сужения второго сечение содержится в сужение первого сечения.

Это следует из того, что сужения являются концентрическими окружностями на плоскости $z = 0$, с центром в точке $(A, B, 0)$ и радиусом $r_1 = \sqrt{2C_1}$ больше чем радиус $r_2 = \sqrt{2C_2}$.

Лемма 4. Если $0 \le A^2 + B^2 + 2C \le 2H$, то сужение сечения плоскостей $z = Ax + By + C$, содержится в сужении сечения плоскостью $z = H$.

Справедливость леммы 4 следует из неравенства, как следствие леммы 3

$$(x - A)^2 + (y - B)^2 = A^2 + B^2 + 2C \le 2H.$$

При этом окружность радиуса, $r = \sqrt{2H}$ с центром в начале координат является сужением сечения изотропной сферы плоскостью $z = H$ (рис 1)

Из леммы 4, получается сужения любого сечения сферы плоскостями ниже, чем плоскость $z = H$ содержится в окружности $x^2 + y^2 = 2H$.

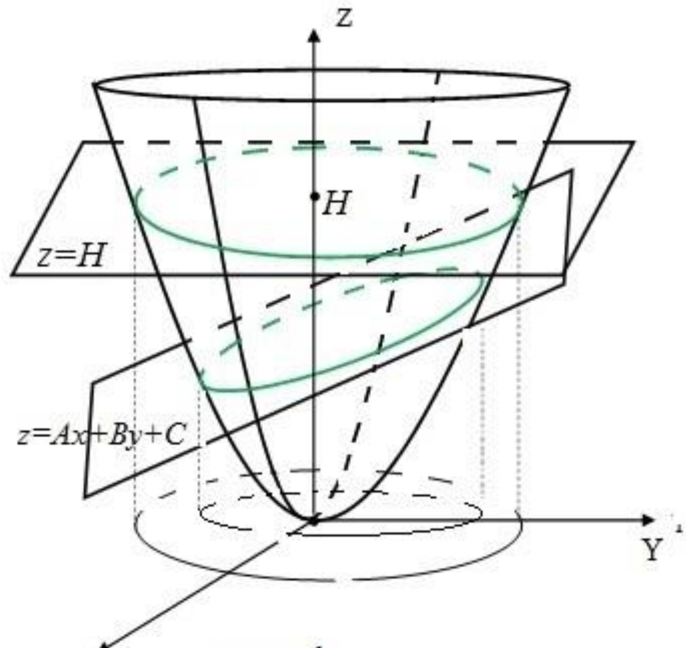

рис 1

Пусть плоскость, пересекающая сферу изотропного пространства задана уравнением (2) и сужение сечении имеет уравнение (3), Обозначим через $\sigma-$ площадь этой окружности. Тогда $\sigma = \pi(A^2 + B^2 + 2C)$;

Если плоскость а параллельна плоскости заданной уравнением (2), то она имеет уравнение

$$\alpha: \ z = Ax + By + C_1.$$

Лемма 5. Функция $\sigma(A,B,C)-$монотонная по переменной C.

Доказательство леммы 5 следует из того, что когда $A,\ B-$ не меняются, сужения на параллельных плоскостях являются концентрическими окружностями с центром в точке $(A,B,0)$, а радиус окружности $r=\sqrt{A^2+B^2+2C}$. Отсюда площадь окружности $S=\sigma(A,B,C)=\pi\cdot(A^2+B^2+2C)-$ линейно зависит от переменной С. Следовательно монотонно зависит от величины С.

Когда $C=-\frac{1}{2}(A^2+B^2)$ плоскость

$$z=Ax+By-\frac{1}{2}(A^2+B^2)$$

будет касательной к изотропному конусу в точке $\left(A,B,\frac{1}{2}(A^2+B^2)\right)$ и $\sigma\equiv 0$.

Рассмотрим множество z_i плоскостей пересекающихся с плоскостью $z=H$ по прямой l, которая касается окружности сечения изотропной сферы в точке $\left(A_0,B_0,\frac{1}{2}(A_0{}^2+B_0{}^2)\right)$.

Пусть плоскость α_0 касательная плоскость изотропной сферы принадлежит этому множеству.

Выделим из z_i множества, подмножеству $\{\alpha_k\}$ плоскостей пересекающие изотропную сферу ниже плоскости $z=H$. Из множества $\{\alpha_k\}$ выбираем последовательность плоскостей $\alpha_n,\ n=1,2,\ldots$ причем $\alpha_1: z=H$.

Лемма 6. Если последовательность плоскостей α_n стремится к плоскости α_0, то центры окружностей сужений стремятся к точке $(A_0,B_0,0)$.

Доказательство. Пусть на $z=H$ касательная прямая линия имеют уравнение $l:\ ax+by-2H=0$, где $a^2+b^2=2H$. Рассмотрим последовательность точек $(0,0,z_n)$ таких, что $z_1=H$, и $\lim\limits_{n\to\infty} z_n=-H$. Тогда, плоскости из множества α_n проходящей через точки $(0,0,z_n)$ имеет уравнение

$$z=\frac{a(H-z_n)}{2H}x+\frac{b(H-z_n)}{2H}y+z_n.$$

Соответствующие центры окружностей являющиеся сужением пересечения плоскости с параболоидом имеет координаты $\left(\frac{a(H-z_n)}{2H},\frac{b(H-z_n)}{2H},0\right)$ и радиус этой окружности $r_n=\sqrt{\frac{(H-z_n)^2}{2H}+2z_n}$.

Легко доказать, что при $n\to\infty$, центры окружностей стремятся к точке $(a,b,0)$ и радиус $r_n\to r=0$. Лемма 6 доказана.

Теорема. Функция $\sigma(A,B,C)$ является вполне аддитивной функцией борелевских множеств.

Доказательство теоремы следует из леммы 4, 5 и 6. Вполне аддитивность функции борелевских множеств понимается в смысле А.Д.Александрова [1].

Литература

1. Александров А.Д, Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей. Москва "ОГИЗ-ГОСТЕХИЗЛАТ 1948. стр.[153-163]
2. Артыкбаев А, Соколов Д.Д. Геометрия в целом в пространстве время. Ташкент, "Фан 1991. Стр.[122-129]
3. Артыкбаев А., Восстановление выпуклых поверхностей по внешней кривизне в галилеевом пространстве. // Математический сборник. 1982 стр. [214-220]
4. Б.А Розенфельд "Неевклидовы пространство"Москва (1969) стр.[85-88]
5. И.М.Яглом "Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия"[НАУКА] (Москова-1969) стр[70-77]

UDK: 519.8

ЭФЕКТИВНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА СОКРАЩЕННОЙ ДИЗЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

Э. Урунбаев
Самаркандский государственный университет

Аннотация. В дискретной математике минимизация булевых функций в классе дизъюнктивных нормальных форм является одной из необходимых задач. В настоящей работе изложен эфективный метод синтеза сокращенной дизъюнктивной нормальной формы булевой функции.

Ключевые слова: эфективный метод, синтез, сокращенная, дизъюнктивная нормальная форма, булевая функция, элементарная конъюнкции, склеивания, поглощения.

AN EFFECTIVE METHOD FOR SYNTHESIZING THE ABBREVIATED DISJUNCTIVE NORMAL FORM OF A BOOLEAN FUNCTION

Abstract. In discrete mathematics, minimizing Boolean functions in the class of disjunctive normal forms is one of the necessary tasks. This paper presents an effective method for synthesizing the reduced disjunctive normal form of a Boolean function.

Keyword: effective method, synthesis, abbreviated, disjunctive normal form, Boolean function, elementary conjunctions, gluing, absorption.

БУЛЬ ФУНКЦИЯЛАРИНИ ҚИСҚАРТИРИЛГАН ДИЗЪЮНКТИВ НОРМАЛ ШАКЛИНИ ҲОСИЛ ҚИЛИШНИ САМАРАЛИ УСУЛИ

Аннотация. Дискрет математикада Буль функцияларини дизъюнктив нормал шакли кўринишида минималлаштириш асосий масалалардан бири ҳисобланади. Ушбу ишда буль функцияларини қисқартирилган дизъюнктив нормал шаклини ҳосил қилишнинг самарали усули баён этилган.

Ключевые слова: самарали усул, синтез, қисқартирилган дизъюнктив нормал шакл, буль функцияси, элементар конъюнкция, бирлаштириш, ютилиш.

В настоящей работе, основываясь на методе Мак-Класки предлагается алгоритм построения сокращенной дизъюнктивной нормальной формы (д.н.ф) булевых функций, заданных в табличной форме.

Известно, что одной из главных задач дискретной математики является минимизация функций алгебры логики. Обычно для нахождения минимальных д.н.ф. функции f строится сокращенная д.н.ф. для f. Затем из сокращенной д.н.ф. получается совокупность всех тупиковых д.н.ф. и перебором множества всех тупиковых д.н.ф. выделяется минимальная д.н.ф. реализующая функцию f [1].

Введем некоторые определения, необходимые для изложения алгоритма.

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Muassis: Samarqand davlat universiteti
Manzil: 140104, Samarqand shahri, Universitet hiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 239-14-07, Faks: (0 366) 239-13-87
e-mail: axborotnoma@samdu.uz

SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi.
Bosishga 31.10.2020 yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 61. Adadi 30 nusxa.

Manzil: 140104, Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
SamDU bosmaxonasida chop etildi.